物理問題　II

次の文を読んで，$\boxed{}$ に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。

磁界中の荷電粒子の円運動を利用して，荷電粒子を加速する装置が円形加速器であり，サイクロトロン（図1）やベータトロン（図2）がある。

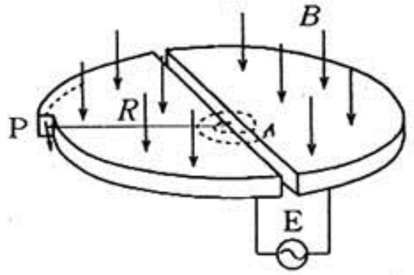

図　1

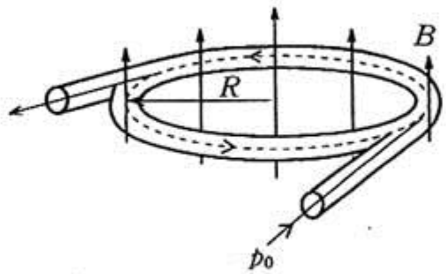

図　2

(1) サイクロトロンでは，図1のように，一様な磁界中に，半円形の2個の中空電極を狭い間隙（かんげき）を隔てて配置し，高周波電源Eを接続する。電極の中心付近に，正のイオンを磁界に垂直に入射させる。イオンは電極の間隙を通るたびに加速される。その結果，イオンは，図1で点線で表されているような軌跡を描く。磁界の磁束密度を B〔Wb/m²〕，イオンの質量を M〔kg〕，電荷を q〔C〕とする。イオンがこの磁界中で円運動をしているとき，その周期は $\boxed{\text{ア}}$〔s〕で与えられる。したがって，イオンを加速するのに必要な高周波電圧の振動数の最小値 f〔Hz〕は $f=\boxed{\text{イ}}$ である。

いま，時間間隔 $\dfrac{1}{6f}$〔s〕だけイオンを連続的に入射させる。電極の間隙は狭く，イオンが電極間を進む間の電圧変化は無視できるとする。電極間の電位差は，時刻 t〔s〕で，$V(t)=V_0\cos(2\pi ft)$〔V〕であり，最初のイオンが初めて電極の間隙を通過した時刻は $t=0$ で，最後のイオンが通過した時刻は $t=\dfrac{1}{6f}$ であった。最初のイオンは，電極を半周するたびに $\boxed{\text{ウ}}$〔J〕のエネルギーを得る。このため，イオンの軌道半径は半周ごとに大きくなり，やがてイオンは中心から R〔m〕の位置にある取り出し口Pに到達する。この時，最初のイオンの運動エネルギーは $\boxed{\text{エ}}$〔J〕で，同じ時刻に，最後のイオンは，中心から

$\boxed{\ \text{オ}\ }$〔m〕の距離にある。ただし，入射された時のイオンの運動エネルギーは，半周ごとに得るエネルギーに比べて無視できるとする。また，半周ごとの軌道半径の差は R に比べて十分小さく，R を最終軌道半径とみなしてよい。イオンの速さは光速に比べて十分に小さいとする。

(2) ベータトロンでは，電子の円運動の軌道の内部を貫く磁束の時間変化によって生じる誘導起電力を利用する。電子は，ドーナツ状の真空の管の内部で，図 **2** の点線のような一定半径 R〔m〕の円軌道上を動く。また，磁界はこの軌道面に垂直であり，磁束密度 B の方向は図 **2** に示した矢印の方向である。以下，電子のまわる方向を正にとる。

質量 m〔kg〕，電荷 $-e$〔C〕の電子を図 **2** のように円軌道に沿って入射させる。この時の軌道上での磁束密度 B を B_0〔Wb/m²〕とする。電子が半径 R〔m〕の円運動をするために必要な電子の運動量 p_0〔kg·m/s〕は $p_0 = \boxed{\ \text{カ}\ }$ である。この時の軌道の内部を貫く全磁束を Φ_0〔Wb〕とする。入射後の微小時間 Δt〔s〕の間に磁束を $\Delta\Phi$〔Wb〕だけ増加させると，軌道に沿って一周あたり $\boxed{\ \text{キ}\ }$〔V〕の誘導起電力が生じ，電子には $\boxed{\ \text{ク}\ }$〔V/m〕の電界が働く。そのため電子の運動量は，$\boxed{\ \text{ケ}\ }$〔kg·m/s〕だけ増加する。ここで，R を一定に保つためには，同時に軌道上での磁束密度の増加量 ΔB〔Wb/m²〕を $\Delta B = \boxed{\ \text{コ}\ } \times \Delta\Phi$ とする必要がある。ベータトロンでは，このような条件を満たすような空間的に一様でない磁界を使って加速を行う。