

入学試験問題

数学(文科)



(配点 80 点)

平成 30 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 14 ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号(表面 2 箇所、裏面 1 箇所)、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

座標平面上に放物線 C を

$$y = x^2 - 3x + 4$$

で定め、領域 D を

$$y \geq x^2 - 3x + 4$$

で定める。原点をとおりる 2 直線 l, m は C に接するものとする。

- (1) 放物線 C 上を動く点 A と直線 l, m の距離をそれぞれ L, M とする。 $\sqrt{L} + \sqrt{M}$ が最小値をとるときの点 A の座標を求めよ。
- (2) 次の条件をみたす点 $P(p, q)$ の動きうる範囲を求め、座標平面上に図示せよ。

条件：領域 D のすべての点 (x, y) に対し不等式 $px + qy \leq 0$ がなりたつ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

数列 a_1, a_2, \dots を

$$a_n = \frac{2^n C_n}{n!} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定める。

- (1) a_7 と 1 の大小を調べよ。
- (2) $n \geq 2$ とする。 $\frac{a_n}{a_{n-1}} < 1$ をみたす n の範囲を求めよ。
- (3) a_n が整数となる $n \geq 1$ をすべて求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

$a > 0$ とし,

$$f(x) = x^3 - 3a^2x$$

とおく。

- (1) $x \geq 1$ で $f(x)$ が単調に増加するための, a についての条件を求めよ。
- (2) 次の 2 条件をみたす点 (a, b) の動きうる範囲を求め, 座標平面上に図示せよ。

条件 1 : 方程式 $f(x) = b$ は相異なる 3 実数解をもつ。

条件 2 : さらに, 方程式 $f(x) = b$ の解を $\alpha < \beta < \gamma$ とすると $\beta > 1$ である。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

放物線 $y = x^2$ のうち $-1 \leq x \leq 1$ をみたす部分を C とする。座標平面上の原点 O と点 $A(1, 0)$ を考える。

(1) 点 P が C 上を動くとき、

$$\overrightarrow{OQ} = 2\overrightarrow{OP}$$

をみたす点 Q の軌跡を求めよ。

(2) 点 P が C 上を動き、点 R が線分 OA 上を動くとき、

$$\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OR}$$

をみたす点 S が動く領域を座標平面上に図示し、その面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)