# 1992年度 東京大学 数学（文科）

東大入試ドットコム 編

※これは東京大学により作成された，同大学教養学部前期課程各類の入試問題です。
※東大入試ドットコムは問題の作成に一切関与しておらず，また問題の権利を一切保有しません。

## 第 1 問

$x$ についての方程式

$$px^2 + (p^2 - q)x - (2p - q - 1) = 0$$

が解をもち，すべての解の実部が負となるような実数の組 $(p, q)$ の範囲を $pq$ 平面上に図示せよ。

（注） 複素数 $a + bi$（$a, b$ は実数，$i$ は虚数単位）に対し，$a$ をこの複素数の実部という。

## 第 2 問

甲，乙二人が出資して共同作業を行う。二人の出資合計を $s$ とするとき，この事業による利潤 $f(s)$ は

$$f(s) = \begin{cases} \dfrac{1}{4}s(s-3)^2 & (0 \leqq s \leqq 2) \\ -\dfrac{3}{4}s + 2 & (s > 2) \end{cases}$$

で与えられ，利潤は出資額に応じて甲，乙に比例配分されるものとする。

甲の出資額 $a$ が一定であるとして，乙の利潤配分額を最大にする $s$ の値を求めよ。ただし $0 \leqq a \leqq 2$ とする。

## 第 3 問

$p_1 = 1,\ p_2 = 1,\ p_{n+2} = p_n + p_{n+1}\ (n \geqq 1)$ によって定義される数列 $\{p_n\}$ をフィボナッチ数列といい，その一般項は

$$p_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\}$$

で与えられる。必要ならばこの事実を用いて，次の問に答えよ。

各桁の数字が 0 か 1 であるような自然数の列 $X_n\ (n = 1, 2, \cdots)$ を次の規則により定める。

(i) $X_1 = 1$

(ii) $X_n$ のある桁の数字 $\alpha$ が 0 ならば $\alpha$ を 1 で置き換え，$\alpha$ が 1 ならば $\alpha$ を '10' で置き換える。
$X_n$ の各桁ごとにこのような置き換えを行って得られる自然数を $X_{n+1}$ とする。

たとえば，$X_1 = 1,\ X_2 = 10,\ X_3 = 101,\ X_4 = 10110,\ X_5 = 10110101,\ \cdots$ となる。

(1) $X_n$ の桁数 $a_n$ を求めよ。

(2) $X_n$ の中に '01' という数字の配列が現れる回数 $b_n$ を求めよ（たとえば，$b_1 = 0,\ b_2 = 0,\ b_3 = 1,\ b_4 = 1,\ b_5 = 3,\ \cdots$）。

## 第 4 問

$xy$ 平面において，$x$ 座標，$y$ 座標ともに整数であるような点を格子点と呼ぶ。格子点を頂点に持つ三角形 ABC を考える。

(1)　辺 AB，AC それぞれの上に両端を除いて奇数個の格子点があるとすると，辺 BC 上にも両端を除いて奇数個の格子点があることを示せ。

(2)　辺 AB，AC 上に両端を除いて丁度 3 点ずつ格子点が存在するとすると，三角形 ABC の面積は 8 で割り切れる整数であることを示せ。

以上