1993年度 東京大学 数学（文科）

東大入試ドットコム 編

※これは東京大学により作成された，同大学教養学部前期課程各類の入試問題です。
※東大入試ドットコムは問題の作成に一切関与しておらず，また問題の権利を一切保有しません。

第 1 問

3 次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ は極大値と極小値をもち，それらを区間 $-1 \leqq x \leqq 1$ 内でとるものとする。
この条件をみたすような実数の組 (a, b) の範囲を ab 平面上に図示せよ。

第 2 問

整数からなる数列 $\{a_n\}$ を漸化式

$$\begin{cases} a_1 = 1,\ a_2 = 3 \\ a_{n+2} = 3a_{n+1} - 7a_n \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots) \end{cases}$$

で定める。

a_n が偶数となる n を決定せよ。

第 3 問

xyz 空間内の原点を中心とする半径 1 の球面

$$S = \{(x,\, y,\, z)\,|\, x^2 + y^2 + z^2 = 1,\, x,\, y,\, z \text{ は実数 }\}$$

を考え，S 上の定点 (0, 0, 1) を A とする。

A とことなる S 上の点 $\mathrm{P}(x, y, z)$ に対し，直線 AP と xy 平面の交点を $\mathrm{Q}(u,\, v,\, 0)$ とする。

k を正の定数とし，点 P が

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x \geqq \frac{1}{k}, \quad y \geqq \frac{1}{k}, \quad z \geqq \frac{1}{k}$$

をみたしながら動くとき，対応する点 Q の動く範囲を uv 平面上に図示せよ。

第 4 問

$0 \leqq t \leqq 2$ の範囲にある t に対し，方程式

$$x^4 - 2x^2 - 1 + t = 0$$

の実数解のうち最大のものを $g_1(t)$，最小のものを $g_2(t)$ とおく。

$$\int_0^2 (g_1(t) - g_2(t))dt$$

を求めよ。

以上