2004年度 東京大学 数学(文科)

東大入試ドットコム 編

※これは東京大学により作成された、同大学教養学部前期課程各類の入試問題です。 ※東大入試ドットコムは問題の作成に一切関与しておらず、また問題の権利を一切保有しません。

第1問

xy 平面の放物線 $y=x^2$ 上の 3 点 P,Q,R が次の条件をみたしている。 $\triangle PQR \ \ d-$ 辺の長さ a の正三角形であり,点 P,Q を通る直線の傾きは $\sqrt{2}$ である。 このとき,a の値を求めよ。

第2問

a を正の実数とする。次の 2 つの不等式を同時にみたす点 (x,y) 全体からなる領域を D とする。

$$y \geqq x^2$$

$$y \leqq -2x^2 + 3ax + 6a^2$$

領域 D における x+y の最大値、最小値を求めよ。

第3問

関数 f(x), g(x), h(x) を次で定める。

$$f(x) = x^{3} - 3x$$

$$g(x) = \{f(x)\}^{3} - 3f(x)$$

$$h(x) = \{g(x)\}^{3} - 3g(x)$$

このとき,以下の問いに答えよ。

- (1) a を実数とする。 f(x) = a をみたす実数 x の個数を求めよ。
- (2) g(x) = 0 をみたす実数 x の個数を求めよ。
- (3) h(x) = 0 をみたす実数 x の個数を求めよ。

第 4 問

片面を白色に、もう片面を黒色に塗った正方形の板が3枚ある。この3枚の板を机の上に横に並べ、次の操作を繰り返し行う。

さいころを振り、出た目が 1,2 であれば左端の板を裏返し、3,4 であればまん中の板を裏返し、5,6 であれば右端の板を裏返す。

たとえば、最初、板の表の色の並び方が「白白白」であったとし、1回目の操作で出たさいころの目が1であれば、色の並び方は「黒白白」となる。さらに2回目の操作を行って出たさいころの目が5であれば、色の並び方は「黒白黒」となる。

- (1) 「白白白」から始めて、3回の操作の結果、色の並び方が「黒白白」となる確率を求めよ。
- (2) 「白白白」から始めて、n 回の操作の結果、色の並び方が「黒白白」または「白黒白」または「白白黒」となる確率 p_n とする。

 p_{2k+1} (k は自然数)を求めよ。

注意: さいころは 1 から 6 までの目が等確率で出るものとする。

以上